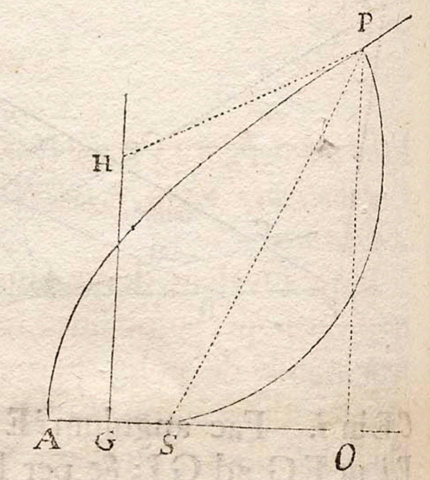
SECT. VI.

De inventione motuum in Orbibus datis.

Prop. XXX. Prob. XXII.

Corporis in data Trajectoria Parabolica moventis, invenire locum ad tempus assignatum.

Sit S umbilicus & A vertex principalis Parabolæ, sitq; $4\,AS \times M$ area Parabolica APS, quæ radio SP, vel post excessum corporis de vertice descripta fuit, vel ante appulsum ejus ad verticem describenda est. Innotescit area illa ex tempore ipsi proportionali. Biseca AS in G, erigeq; perpendiculum GH æquale $3\,M$, & circulus centro H, intervallo HS descriptus secabit Parabolam in loco quæsito P. Nam demissa ad axem perpendiculari PO, est $HGq. + GSq.\ (= HSq = GOq. + \overline{HG - PO}q.) = GOq. + HGq - 2\,HG \times PO + POq.$ Et deleto utrinq; $HGq.$ fiet $GSq. = GOq. - 2\,HG \times PO + POq.$ seu $2\,HG \times PO\ (= GOq. + POq. - GSq. = AOq. - 2\,GAO + POq.) = AOq. + \tfrac{3}{4}POq.$ Pro $AOq.$ scribe $AO \times \frac{POq.}{4\,AS}$, & applicatis terminis omnibus ad $3\,PO$, ductisq; in $2\,AS$, fiet $\tfrac{4}{3}\,GH \times AS\ (= \tfrac{1}{6}AO \times PO + \tfrac{1}{2}AS \times PO = \frac{AO + 3\,AS}{6} \times PO = \frac{4\,AO - 3\,SO}{6} \times PO =$ areæ $APO - SPO) =$ areæ APS. Sed GH erat $3\,M$, & inde



$\tfrac{4}{3}$ HG

$\tfrac{4}{3}\,HG \times AS$ est $4\,AS \times M$. Ergo area APS æqualis est $4\,AS \times M$. *Q. E. D.*

Corol. 1. Hinc GH est ad AS, ut tempus quo corpus descripsit arcum AP ad tempus quo corpus descripsit arcum inter verticem A & perpendiculum ad axem ab umbilico S erectum.

Corol. 2. Et circulo ASP per corpus movens perpetuo transeunte, velocitas puncti G est ad velocitatem quam corpus habuit in vertice A, ut 3 ad 8; adeoq; in ea etiam ratione est linea GH ad lineam rectam quam corpus tempore motus sui ab A ad P, ea cum velocitate quam habuit in vertice A, describere posset.

Corol. 3. Hinc etiam viceversa inveniri potest tempus quo corpus descripsit arcum quemvis assignatum AP. Junge AP & ad medium ejus punctum erige perpendiculum rectæ GH occurrens in H.

Lemma XXVIII.

Nulla extat figura Ovalis cujus area, rectis pro lubitu abscissa, possit per æquationes numero terminorum ac dimensionum finitas generaliter inveniri.

Intra Ovalem detur punctum quodvis, circa quod ceu polum revolvatur perpetuo linea recta, & interea in recta illa exeat punctum mobile de polo, pergatq; semper ea cum velocitate, quæ sit ut rectæ illius intra Ovalem longitudo. Hoc motu punctum illud describet Spiralem gyris infinitis. Jam si area Oualis per finitam æquationem inveniri potest, invenietur etiam per eandem æquationem distantia puncti a polo, quæ huic areæ proportionalis est, adeoq; omnia Spiralis puncta per æquationem finitam inveniri possunt: & propterea rectæ cujusvis positione datæ intersectio cum spirali inveniri etiam potest per æquationem finitam. Atqui recta omnis infinite producta spiralem secat in punctis numero infinitis, & æquatio, qua intersectio aliqua duarum linearum invenitur, exhibet earum intersectiones omnes radicibus totidem,

ade-